

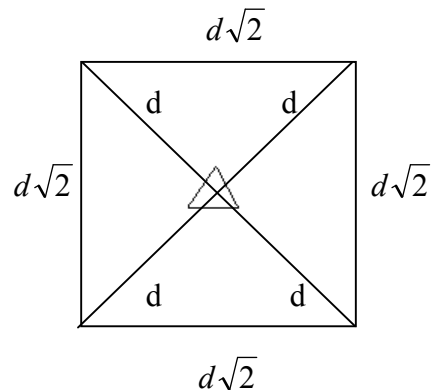
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ЧЕРНІГІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ІНСТИТУТ  
ЕКОНОМІКИ І УПРАВЛІННЯ

Р.М.Літнарівч

**Дослідження точності геодезичних робіт  
для забезпечення облікової одиниці  
площі при інвентаризації земель**

Навчальний посібник  
З курсу “Основні геодезичні роботи”  
Частина I



Чернігів 2001

УДК 538.3;631.11

Літнарівч Р.М. Дослідження точності геодезичних робіт для забезпечення облікової одиниці площі при інвентаризації земель. Навчальний посібник з курсу “Основні геодезичні роботи” частина I Чернігів, ЧДІЕіУ, 2001, 32 с.

Затверджено на засіданні Вченої ради ЧДІЕіУ,  
протокол №6 від 27.06.01

рецензенти: Боровий В.О., док. техн. наук, професор  
Войтенко С.П., док. техн. наук, професор  
Канівець В.І., док. с-г. наук, професор

© Літнарівч Р.М.

## 1. Дослідження точності визначення площ аналітичним способом

Аналітичним способом площі  $F$  розраховуються по координатам вершин  $x_i, y_i$  за формулою

$$F = 0.5 \sum_{i=1}^n X_i \cdot (Y_{i+1} - Y_{i-1}) \quad (1)$$

де  $n$  – число вершин полігону;  $i$  – поточна точка.

Диференціюючи (1) по незалежним змінним, отримаємо

$$dF = 0,5 \sum_{i=1}^n [dX_i \cdot (Y_{i+1} - Y_{i-1}) + X_i \cdot (dY_{i+1} - dY_{i-1})] \quad (2)$$

$$m_F = 0,5 \sqrt{\sum_{i=1}^n [m_{x_i}^2 (y_{i+1} - y_{i-1})^2 + x_i^2 (m_{y_{i+1}}^2 + m_{y_{i-1}}^2)]} \quad (3)$$

Формула (3) буде строгою формулою для розрахунку середньої квадратичної похибки визначення площ.

Для того, щоб великі значення абсцис  $x_i$  не впливали на точність визначення площ, замінимо їх приростами координат  $x_i - x_{i-1}$ , тоді формула (3) набуде вигляду

$$m_F = 0,5 \sqrt{\sum_{i=1}^n [m_{x_i}^2 (y_{i+1} - y_{i-1})^2 + (x_{i+1} - x_{i-1})^2 (m_{y_{i+1}}^2 + m_{y_{i-1}}^2)]} \quad (4)$$

Вважаючи середні квадратичні похибки визначення координат однаковими, тобто

$$m_{x_i} = m_{y_{i+1}} = m_{y_{i-1}} = m_{x,y} \quad (5)$$

### Вступ

Положення по земельно-кадастровій інвентаризації земель населених пунктів [1] регламентує облікову одиницю площі в містах республіканського і обласного значення, рівну 1 кв. м., для садово-городніх товариств 2,5 кв. м., у містах районного підпорядкування і селищах 15 кв. м., у селах 100 кв. м.

В зв'язку з цим, виникає задача забезпечення інвентаризації земель геодезичними Роботами відповідної точності. На жаль, та точність геодезичних робіт, які забезпечують топографічне знімання відповідного масштабу, не забезпечить регламентованої облікової одиниці площі.

В даній роботі аналізується точність визначення площ ділянок землекористувачів і відповідна їм точність робіт.

Показано, що точність сучасних опорних мереж не може забезпечити точність визначення площ землекористувачів, рівну 1 кв. м.

Дається шлях для забезпечення даної облікової одиниці площі. Для цього необхідно на території міста створювати спеціальну мережу з точністю визначення координат пунктів рівною 5 мм.

В подальшому студенти виконують науково-дослідну роботу по складанню проекту опорної геодезичної мережі на території даного міста з забезпеченням точності координат пунктів 5 мм.

формула (3) набуває вигляду [5.-с.26]

$$m_F = 0,5m_{x,y} \sqrt{\sum_{i=1}^n [(y_{i+1} - y_{i-1})^2 + 2x_i^2]}, \quad (6)$$

а формула (4) буде

$$m_F = 0,5m_{x,y} \sqrt{\sum_{i=1}^n [(y_{i+1} - y_{i-1})^2 + 2(x_i - x_{i-1})^2]}. \quad (7)$$

Для квадрата, зорієнтованого по координатним осям, запишемо

$$\Delta y = x = d \quad n = 4, \quad \text{тоді}$$

$$\sum_{i=1}^n (y_{i+1} - y_{i-1})^2 = (y_2 - y_4)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (y_4 - y_2)^2 + (y_1 - y_3)^2 = (-y_1)^2 + (+y_4)^2 + (+y_4)^2 + (-y_3)^2 = 4d^2 \quad (8)$$

$$2(x_1 - x_4)^2 + 2(x_2 - x_1)^2 + 2(x_3 - x_2)^2 + 2(x_4 - x_3)^2 = 0 + 2d^2 + 0 + 2d^2 = 4d^2 \quad (9)$$

Підставляючи вирази (8) і (9) в (7), отримаємо формулу для визначення похибки площі квадрату  $m_F$

$$m_{F0} = 0,5m_a \sqrt{8d^2}.$$

В загальному випадку для не зорієнтованого квадрату

$$m_{F0} = 0,5m_{x,y} \cdot 16d^2,$$

або

$$m_{F0} = 2dm_{x,y} \quad (10)$$

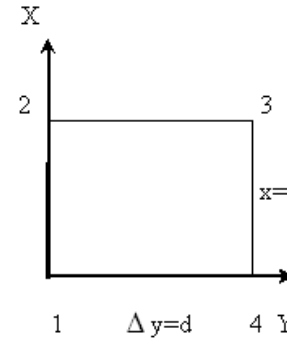


Рис.1 Квадрат, орієнтований по координатним осям.

Поширюючи дану формулу в загальному випадку на многокутник з  $n$  сторонами, отримуємо  $m_{F0} = 0,5dm_{x,y}\sqrt{4n}$ , або  $m_{F0} = dm_{x,y}\sqrt{n}$ , де  $n$  – число сторін полігону,  $m_{x,y}$  – середня квадратична похибка координат вершини ділянки землекористувача. (11)

Для квадрату  $100.05 \times 100.05$  одержимо  $F_K = 10010,00 \text{ m}^2$ . За формулою (11)

$$m_{F0} = dm_{x,y}\sqrt{n} = 100 \cdot 0,05\sqrt{4} = 10 \text{ m}^2$$

Намітимо інший шлях визначення середньої квадратичної похибки ділянки.

Площа ділянки місцевості, яка має форму трикутника буде

$$F_A = 0,5(x_A y_B - x_A y_C + x_B y_C - x_B y_A + x_C y_A - x_C y_B) \quad (12)$$

Диференціюючи формулу (12), отримуємо:

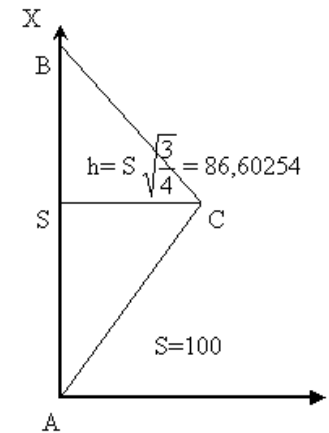


Рис.2 Трикутник, орієнтований по координатним осям.

$$dF_A = (dx_A y_B + dy_B x_A - dx_A y_C - dy_C x_A + dx_B y_C + dy_C x_B - dx_B y_A - dy_A x_B + dy_A x_C - dx_C y_B - dy_B x_C) \cdot 0,5$$

або

$$dF_A = 0,5(dx_A(y_B - y_C) + dy_B(x_A - x_C) + dy_C(x_B - x_A) + dx_B(y_C - y_A) + dy_A(x_C - x_B) + dx_C(y_A - y_B))$$

і переходячи до середньоквадратичних похибок одержимо

$$m_{F_A} = 0,5 \sqrt{\sum_{i=1}^3 (m_{x_i}^2 (y_{i+1} - y_{i-1})^2 + m_{y_i}^2 (x_{i-1} - x_{i+1})^2)} \quad (13)$$

З врахуванням принципу рівних впливів, формула (13), буде

$$m_{F_A} = 0,5 m_{x,y} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_{i+1} - y_{i-1})^2 + (x_{i-1} - x_{i+1})^2} \quad (14)$$

Для трикутника зорієнтованого по квадратним осям, отримаємо

$$x_A = 0 : y_A = 0 : x_B = S : x_C = S/2 : y_C = S^2 - S^2 \cdot 4 = S\sqrt{3}/4$$

Тоді

$$m_{F_A}^2 = 0,5^2 [m_{x_A}^2 (\frac{3}{4}S^2) + m_{y_B}^2 (-\frac{S}{2}) + m_{y_C}^2 (S-0)^2 + m_{x_B}^2 (\frac{3}{4}S^2) + m_{y_A}^2 (\frac{S}{2}-S)^2 + m_{x_C}^2 (0-0)^2];$$

$$i \quad m_{F_A}^2 = 0,5^2 m_{x,y}^2 \cdot \frac{3S^2 + S^2 + 4S^2 + 3S^2 + S^2}{4};$$

$$\text{або} \quad m_{F_A} = 0,5^2 m_{x,y} \cdot \frac{12S^2}{4}.$$

$$m_{F_A} = 0,5 m_{x,y} \cdot S\sqrt{3} \quad (15)$$

В загальному вигляді наближена формула середньоквадратичної похибки визначення площ має вигляд

$$m_F = 0,5 m_{x,y} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{n} \sqrt{n} \quad (16)$$

де  $\frac{\sum_{i=1}^n S_i}{n}$  - середня сторона полігону; n - число сторін.

Друга наближена формула середньоквадратичної похибки визначення площ на основі формули (11) буде

$$m_F = m_{x,y} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{n} \sqrt{n} \quad (17)$$

Для перевірки формули (16) запишемо формулу визначення площ трикутника

$$F_{\Delta} = \frac{1}{2} Sh = \frac{1}{2} S \cdot S \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{4} S^2 \quad (18)$$

$$F_{\Delta} = 100 \cdot \frac{1}{2} \cdot 86,60254 = 4330,17;$$

$$F'_{\Delta} = 100,05 \cdot \frac{1}{2} \cdot 100,05 \sqrt{\frac{3}{4}} = 4334,458;$$

$$f_F = F'_{\Delta} - F_{\Delta} = 4,331 \text{ м}^2$$

Диференціюючи (18) і переходячи до середньоквадратичних похибок, одержимо

$$dF_{\Delta} = \frac{2\sqrt{3}}{4} S dS \quad i \quad m_{F_A} = 0,5 S m_S \sqrt{3} \quad (19)$$

Для рівностороннього трикутника при S=100, отримаємо

$$m_{F_A} = 0,5 \cdot 100 \cdot 0,05 \cdot \sqrt{3} = 4,33 \text{ м}^2.$$

Приймаючи до уваги, що для зорієнтованого трикутника середньоквадратична похибка координат буде дорівнювати середньоквадратичній похибці вимірювання сторін, в загальному випадку

$$m_S = \sqrt{m_X^2 + m_Y^2}. \quad (20)$$

$$\text{При } m_x = m_y = m_{x,y} \quad m_S = m_{x,y} \cdot \sqrt{2} \quad (21)$$

І формула (19) буде

$$m_F = 0,5 m_{x,y} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{n} \cdot \sqrt{2n} \quad (22)$$

$$\text{Аналогічно до квадрату зі стороною } a, \text{ запишемо } F_{\text{КВ}} = a^2 \quad (23)$$

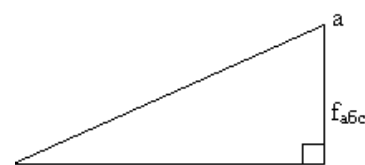
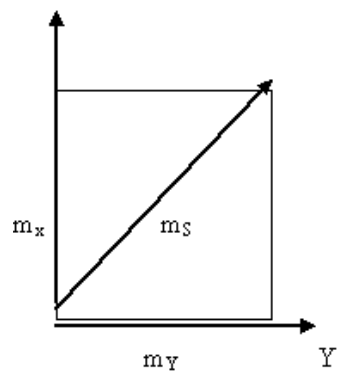
$$\text{Рис.3 Геометрична інтерпретація середніх квадратичних похибок.} \quad dF_{\text{КВ}} = 2ada, \quad m_{F_m} = 2am_a. \quad (24)$$

Для квадрату 100 x 100 м отримаємо при  $m_a = 0,05\text{м}$

$$m_{F_m} = 2 \cdot 100 \cdot 0,05 = 10 \text{ м}^2$$

Формула (11) аналогічна формулі (24), узгоджується з формулою (7).

Намітимо ще один шлях для розв'язання даної проблеми. Виразимо граничну похибку незрівноваженого полігону у вигляді прямокутного трикутника, одна сторона якого буде дорівнювати периметру полігону, а друга – лінійній абсолютній нев'язці  $f_{abc}$  [4.- с.14]



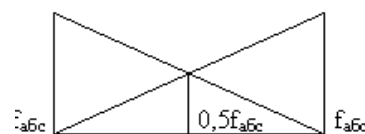
$$\text{Тоді } \Delta F_n = \frac{1}{2} P f_{abc}. \quad (25)$$

Для врівноваженого полігону гранична похибка площі буде

$$1 \quad 1' \quad \Delta F_n = \frac{1}{4} P f_{abc} \quad (26)$$

Рис.4 Гранична похибка площі незрівноваженого полігону.

Приймаючи середньоквадратичну похибку у два рази меншу за граничну, отримаємо



$$m_F = \frac{1}{8} P f_{abc} \quad (27)$$

1 1'

Рис.5 Гранична похибка площі зрівноваженого полігону.

## 2.Апробація теоретичних досліджень

Апробація теоретичних досліджень

Для підтвердження роботи виведених формул розглянемо відомість обчислення прямокутних координат точок теодолітного ходу прокладеного для складання технічної документації:

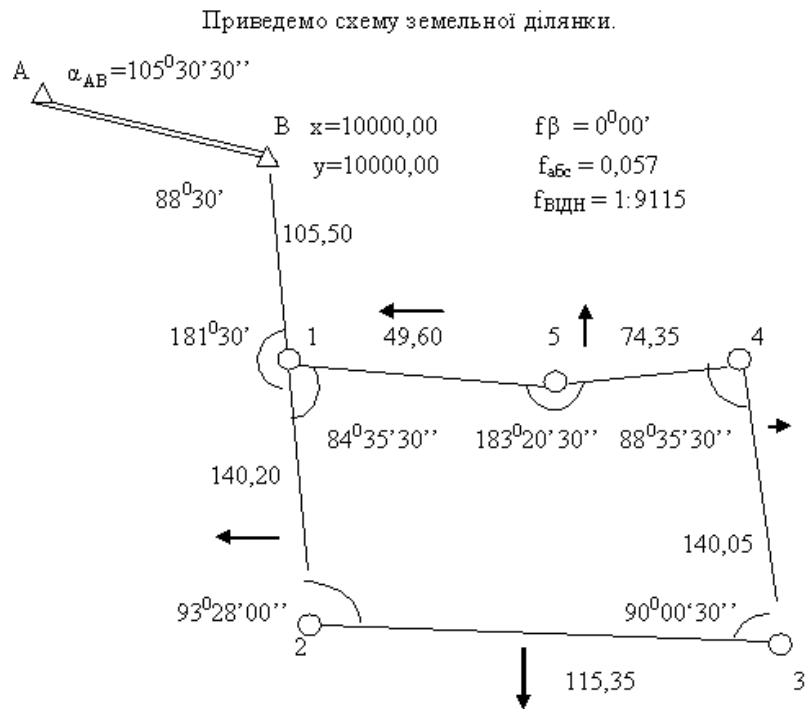


Рис.6 Схема відводу земельної ділянки

Таблиця 1.

№ то-чок	Виміряні кути	Виправлені кути	Дирекційні кути	Горизонтальні Прокладення	Прирости		Виправлені прирости		Координати	
					$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	x	y
B										
1			$98^{\circ}30'30''$	140,20	+0,002 132,946	+0,015 -44,505	-132,944	-44,490	9899,11	9969,15
2	$93^{\circ}28'00''$	$93^{\circ}28'00''$	$11^{\circ}58'30''$	115,35	+0,001 -43,165	+0,013 +106,97	-43,164	+106,983	9766,16	9924,66
3	$90^{\circ}00'30''$	$90^{\circ}00'30''$	$21^{\circ}59'00''$	140,05	+0,002 -129,867	+0,015 +52,426	-129,868	+52,441	9723,00	10031,64
4	$88^{\circ}35'30''$	$88^{\circ}35'30''$	$29^{\circ}34'30''$	74,35	+0,001 +26,129	+0,008 -69,607	+26,129	-69,599	9852,87	10084,08
5	$83^{\circ}20'30''$	$83^{\circ}20'30''$	$93^{\circ}55'00''$	49,60	+0,001 +20,108	+10,006 -45,341	+20,109	-45,335	9879,00	10014,48
1	$84^{\circ}35'30''$	$84^{\circ}35'30''$	$98^{\circ}30'30''$						9899,11	9969,15
2										

$\sum \beta = 540^{\circ}00'00''$        $p = 519,55$        $f_{\Delta x} = -0,006$   
 $\sum \beta_T = 540^{\circ}00'00''$        $S_c = P/n = 103,91$        $f_{\Delta y} = -0,057$   
 $f_{\beta} = 0^{\circ}00'$        $f_{abc} = 0,057$

$$f\beta_{\text{доп}} = 1\sqrt{5} = 2,3'$$

$$f_{\text{ВДН}} = 1:9115$$

Таблиця 2 Відомість обчислення площі за прямокутними координатами межових знаків.

№ точок	Координати		$X_{i-1} - X_{i+1}$	$Y_{i-1} - Y_{i+1}$	$Y_i(X_{i-1} - X_{i+1})$	$X_i(X_{i-1} - X_{i+1})$
	X	Y				
1	9899,11	9969,15	+112,84	-89,92	+1124918,9	-889138,06
2	9766,16	9924,66	+176,11	+62,49	+1747831,9	+610287,34
3	9723,00	10031,64	-86,71	+159,42	-869843,5	+1550040,7
4	9852,87	10084,08	-156,00	-17,16	-1573116,4	-169075,25
5	9879,00	10014,48	-46,24	-114,93	-463069,55	-1135393,5

$$|2F| = 33278,65$$

$$|2F| = 33278,85$$

$$F = 16639,32 \text{ кв. м} \quad F = 16639,42 \text{ кв. м} \quad F = 1,6639 \text{ га}$$

Таблиця 3 Відомість обчислення площі за невірноваженими координатами межових знаків.

№ точок	Координати		$X_i - X_{i-1}$	$Y_{i+1} - Y_{i-1}$	$X_{i-1} - X_{i+1}$
	X	Y			
1	9899,11	9969,15	+20,11	-89,79	+112,84
2	9766,16	9924,66	-132,95	+62,47	+179,11
3	9723,00	10031,64	-43,16	+159,40	-86,71
4	9852,87	10084,08	+129,87	-17,18	-156,00
5	9879,00	10014,48	+26,13	-114,90	-46,24

Площі ділянки, розраховано невірноваженими координатами складає  $F_{\text{НВ}} = 16636,15 \text{ кв. м}$

По ввірноваженим  $F_{\text{ВР}} = 16639,37 \text{ кв. м}$   $fF = 3,22 \text{ кв. м}$

Гранична похибка площі ділянки по невірноваженим координатам згідно формули (25), буде

$$\Delta F_{\text{Н}} = 0,5 \cdot 519,55 \cdot 0,057 = 14,81 \text{ м}^2$$

Для ввірноваженого полігону гранична похибка площі рівна

$$\Delta F_{\text{ВР}} = 0,25 \cdot 519,55 \cdot 0,057 = 7,40 \text{ м}^2$$

Середньоквадратична похибка площі для звірноваженого полігону

$$m_{F_{\text{ВР}}} = 0,125 \cdot 519,55 \cdot 0,057 = 3,70 \text{ м}^2$$

Середньоквадратична похибка площі по формулі

Р.М.Літнаровича (7),

буде при

$$m_{x,y} = 0,05 \text{ м}$$

$$m_F = 0,5 m_{x,y} \sqrt{\sum_{i=1}^5 [(y_{i+1} - y_{i-1})^2 + 2(x_{i-1} - x_{i+1})^2]} =$$

$$= 0,5 \cdot 0,05 \sqrt{125874,53} = 8,87 \text{ м}^2$$

Середньоквадратична похибка площі по спрощеній формулі

Р.М. Літнаровича

$$m_F = 0,05 \cdot \frac{519,55}{5} \cdot \sqrt{5} = 11,62$$

Середньоквадратична похибка по формулі Б.Д. Бачишина (14)

$$m_F = 0,5 \cdot 0,05 \sqrt{\sum_{i=1}^5 [(y_{i+1} - y_{i-1})^2 + (x_{i-1} - x_{i+1})^2]} = 8,97 \text{ м}^2$$

Розрахуємо середньоквадратичну похибку площі по формулі Р.М.Літнаровича (6). При цьому абсцису однієї із точок приймаємо за нуль і перераховуємо абсциси

$$m_F = 0,5 \cdot 0,05 \cdot \sqrt{208773,2} = 11,42 \text{ м}^2$$

Для перевірки даних формул по їх граничному значенню збільшимо абсциси 1,4 і 5 точок на 0,05м (показано стрілками на схемі

полігону), а абсциси очок 2 і 3 зменшимо на 0,05м; ординати 1, 2 і 5 точок зменшимо на 0,05м, а ординати 4 і 5 точок збільшимо на 0,05м по врівноваженим координатам.

Одержана площа склала  $F' = 16662,63 \text{ м}^2$

Тоді гранична похибка буде

$$\Delta F_{\text{ГР}} = 16662,63 - 166639,37 = 23,26 \text{ м}^2$$

При цьому відносна похибка буде

$$f_{\text{відн}} = \frac{1}{715}$$

Переходячи до середньоквадратичної похибки, отримаємо

$$m_F = \frac{\Delta F_{\text{ГР}}}{2} = 11,63 \text{ м}^2, \text{ а відносна похибка буде } 1:1430$$

Якщо прийняти середньоквадратичну похибку у 2,5 рази меншу за граничну, що роблять у більш відповідальних випадках одержимо

$$m_F = \frac{\Delta F_{\text{ГР}}}{2,5} = 9,30 \text{ м}^2$$

Таким чином, на основі проведених досліджень робимо висновок, що для подальших досліджень найкраще підходить формула (6) розрахунку середньоквадратичної похибки визначення площі і спрощена формула (17), а також формула (26), яку представимо у вигляді

$$m_F = \Delta F_{\text{ГР.ВР}} = \frac{1}{4} P f_{\text{абс}} \quad (28)$$

Спрощені формули (17) і (24) будуть корисними при попередньому розрахунку точності на стадії складання проекту.

### 3. Дослідження точності визначення площ за результатами геодезичних вимірів

В інструкції по геодезичному зніманню відмічено, що в ходах довжиною сторін до 250м при зніманні в масштабах 1:5000 – 1:2000 і до 150м при зніманні в масштабах 1:1000 – 1:500 допускаються слідуєчи абсолютні величини нев'язок [2.3]:

- При зніманні в масштабі 1:5000 – 1:2000 не більше 0,25м.
- При зніманні в масштабі 1:1000 не більше 0,15м.
- При зніманні в масштабі 1:500 не більше 0,10м

В залежності від граничної довжини теодолітного ходу і допустимої абсолютної нев'язки знайдемо по формулі (28) середньоквадратичну похибку визначення площ, яку приведено в таблиці.

$$m_F = \frac{4000}{8} \cdot 0,25 = 125 \text{ м}^2 \quad m_F = \frac{6000}{8} \cdot 0,25 = 187 \text{ м}^2$$

$$m_F = 0,5 \cdot 0,18 \cdot 250 \sqrt{32} = 127,3 \text{ м}^2$$

$$m_F = 0,5 \cdot 0,18 \cdot 250 \sqrt{48} = 155,9 \text{ м}^2$$

$$m_F = 0,5 \cdot 0,18 \cdot 250 \sqrt{16} = 90 \text{ м}^2$$

$$m_F = 0,5 \cdot 0,18 \cdot 250 \sqrt{24} = 110,2 \text{ м}^2$$

$$m_F = 0,5 \cdot 0,11 \cdot 150 \sqrt{16} = 33 \text{ м}^2 \quad m_F = 0,5 \cdot 0,11 \cdot 150 \sqrt{24} = 40,4 \text{ м}^2$$

$$m_F = 0,5 \cdot 0,07 \cdot 150 \sqrt{10} = 16,6 \text{ м}^2$$

$$m_F = 0,5 \cdot 0,07 \cdot 150 \sqrt{16} = 21,0 \text{ м}^2$$

На основі даних таблиці 5 робимо висновок, що облікова одиниця площі у селах рівна 100 кв. м забезпечується прокладанням теодолітних ходів довжиною не більше 3 км при довжині сторін до 250 м; у містах районного підпорядкування і селищах для забезпечення облікової одиниці площі в 15 кв. м необхідно прокласти теодолітні ходи довжиною до 1,2 км при довжині сторін в 150 м.



Таблиця 4. Точність визначення площ в залежності від довжини теодолітних ходів і допустимої абсолютної нев'язки.

Масштаб знімання	Доп фабс (м)	Граничні довжини теодолітних ходів (км) між пунктами опорних геодезичних мереж			
		На забудовані території		На незабудовані території	
		$S_m \times n = P$	mF(кв.м)	$S_m \times n = P$	mF(кв.м)
1:5000	0,25	250 м x 16сторін = 4 км	250	250 x 24 = 6 км	375
1:2000	0,25	250 x 8 = 2 км	125	250 x 12 = 3 км	187,5
1:1000	0,15	150 x 8 = 1,2 км	45	150 x 12 = 3 км	67,5
1:500	0,10	150 x 5 = 0,8 км	20	150 x 8 = 1,2 км	30

Розраховуючи середньоквадратичні похибки визначення площі по формулам (27) і (22), отримаємо

Таблиця 5

Масштаб знімання	$m_{xy} = \frac{f_{абс}}{\sqrt{2}}$ кв. м	Забудована територія				Не забудована територія			
		Pmax км	S(м)	По ф.(27) mF, кв. м	По ф.(22) mF, кв. м	Pmax км	S(м)	По ф.(27) mF, кв. м	По ф.(22) mF, кв. м
1:5000	0,18	4	250	125	127,3	6	250	187,5	155,9
1:2000	0,18	2	250	62,5	90,0	3	250	93,8	110,2
1:1000	0,11	1,2	150	22,5	33,0	1,8	150	33,8	40,4

1:500	0,07	0,8	150	10	16,0	1,2	150	15,0	21,0
-------	------	-----	-----	----	------	-----	-----	------	------

Для забезпечення облікової одиниці площі в 2,5 кв. м садово-городніх товариств і 1 кв. м у містах обласного підпорядкування довжина теодолітних ходів не повинна перевищувати 268 м і 144 м відповідно.

$$P_1 = \frac{8m_F}{f_{абс}} = \frac{8 \cdot 2,5}{0,07} = 286\text{м}$$

$$P_2 = \frac{8m_F}{f_{абс}} = \frac{8 \cdot 1}{0,07} = 114\text{м}$$

Якщо замість теодолітних ходів прокласти полігонометрію з точністю  $f_{абс}=0,005\text{м}$

$$\text{Одержимо } P_1 = \frac{8 \cdot 2,5}{0,005} = 4000\text{м}; P_2 = \frac{8 \cdot 1}{0,005} = 1600\text{м}$$

При  $f_{абс}=0,05\text{м}; P_1=400\text{м}; P_2=160\text{м}$ .

Якщо площа ділянки близька по формі до квадрату чи прямокутника, то для її обчислення і оцінки точності слід використовувати формули Р.М. Літнарівича, в основі виводу яких брався квадрат. Якщо ділянки є клин у формі трикутника, слід використовувати формули Б.Д. Бачишина.

#### 4. Дослідження точності геодезичних робіт для забезпечення вимог “Положення по земельно-кадастровій інвентаризації земель населених пунктів” [1]

На основі формул (11) і (24) запишемо, що середньоквадратична похибка вимірювання довжин сторін  $m_d$  буде

$$m_d = \frac{m_F}{2d} \quad (29)$$

Програма 1 розрахунку середньоквадратичної похибки вимірювання сторін в залежності від заданої точності визначення площі.

F <sub>гр</sub> г	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	С/П	ХП 1	С/ П	ХП 2	ПХ 1	ПХ 2	:	2	:	С/П
10	ПХ 2	1	0	+	ХП 2	С/П	Б П	0 4	F	АВ Т

Як видно із протокола 1, для отримання площі з точністю 1 кв. м у містах республіканського і обласного підпорядкування, необхідно виміряти сторони з міліметровою точністю при віддальх від геодезичного пункту не більше 60 м, для отримання площі з точністю 2,5 кв. м для ділянок садово-городніх товариств необхідно виміри проводити з сантиметровою точністю при віддальх до геодезичного пункту не більше 100 м, і для отримання площі з точністю до 15 кв. м у містах районного підпорядкування і селищах, необхідно проводити виміри з точністю до 10 см. Для отримання площі з точністю 100 кв. м у селах дані таблиці для  $m_F = 1$  кв. м треба помножити на 100.

Протокол 1 визначення допустимої похибки вимірювання віддалі в залежності від заданої точності площі ділянки.

№ п/п	Введення Даних	Результат	Позначен ня	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначен ня	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначен ня
1	В/О С/П			1	В/О С/П			1	В/О С/П		

2	1 кв.м/П		MF	2	2,5 С/П		mF	2	2,5 С/П		mF
3	10м С/П		d1	3	10м С/П		d1	3	10 С/П		D1
4		0,05м С/П	Md1	4	10 С/П	0,125м С/П	md1	4		0,75 С/П	md1
5	20 С/П	0,025м С/П	2d, md2	5	20 С/П	0,062 С/П	2d, md2	5	20 С/П	0,38 С/П	2d, md2
6	30 С/П	0,017С/П	d3, md3	6	30 С/П	0,042 С/П	D3, md3	6	30 С/П	0,25 С/П	d3, md3
7	40 С/П	0,012С/П	d4md4	7	40 С/П	0,031 С/П	d4md4	7	40 С/П	0,19 С/П	d4 md4
8	50 С/П	0,01 С/П	d5m d5	8	50 С/П	0,025 С/П	d5m d5	8	50 С/П	0,15 С/П	d5 md5
9	60 С/П	0,008С/П	d6m d6	9	60 С/П	0,021 С/П	d6m d6	9	60 С/П	0,12 С/П	d6 md6
10	70 С/П	0,007 С/П	d7m d7	10	70 С/П	0,018 С/П	d7m d7	10	70 С/П	0,11 С/П	d7 md7
11	80 С/П	0,006С/П	d8m d8	11	80 С/П	0,016 С/П	d8m d8	11	80 С/П	0,09 С/П	d8 md8
12	90 С/П	0,005С/П	d9m d9	12	90 С/П	0,014 С/П	d9m d9	12	90 С/П	0,08 С/П	d9 md9
13	100 С/П	0,005	d10m d10	13	100 С/П	0,012	d10m d10	13	100 С/П	0,07	d10 md10
14	150 С/П	0,003	d11m d11	14	150 С/П	0,008	d11m d11	14	150 С/П	0,05	d11 md11
15	200 С/П	0,025	d12m d12	15	200 С/П	0,006	d12m d12	15	200 С/П	0,038	d12 md12
16	300 С/П	0,0016	d13m d13		300 С/П	0,004	d13md1 3		300 С/П	0,025	d13 md13

Загально відомо, що найбільш важливими приладами на сучасному етапі в Україні є мірні стрічки, які дають середньоквадратичну похибку виміру віддалі 5 см на 100 м і теодоліти 2Т30 на 30'' виміру кута.

Приймаючи до уваги, що найбільш поширеним способом розмічування контурів ділянок і знімання меж землекористування є полярний спосіб, то середньоквадратична похибка визначення точки  $m_p$  буде

$$m_p = \sqrt{m_{d^2} + \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2}} \quad (30)$$

$$m_{p_0} = \sqrt{\left(\frac{d}{N}\right)^2 + \left(\frac{m_p}{\rho^2} \cdot d\right)^2} \quad (31)$$

де  $\frac{1}{N} = f_{\text{відн}}$  - відносна похибка вимірювання віддалей:

$d$  – полярна віддаль;  $\rho = 3438''$  – число мінут в одному радіані;

$m_{\beta} = 30'' = 0,5'$  – середньоквадратична похибка виміру кута.

По даній формулі визначається точність положення контурних точок з однієї точки планової геодезичної опори. Якщо контури визначаються з різних пунктів геодезичної опори то необхідно врахувати похибку вхідних даних (геодезичного пункту). Тоді формула (31) набуде вигляду

$$m_p = \left(\frac{d}{N}\right)^2 + \left(\frac{m_p}{\rho^2} \cdot d\right)^2 + m^2. \quad (32)$$

Середньоквадратичну похибку визначення площі рахуємо за формулами (11) і (24).

$$m_F = 2dm_d \quad (33)$$

$$m_F = 2dm_{\beta} \quad (34)$$

а відносна похибка визначення площі  $f_{\text{відн}}$  буде

$$f_{\text{відн}} = \frac{1}{\frac{F}{m_p}} \quad (35)$$

де площа  $F$  розраховується по формулі

$$F = d^2 \quad (36)$$

підставляючи

$$m_d = \frac{d}{N} \quad (37)$$

у формулу (33), отримаємо

$$m_F = \frac{2d \cdot d}{N}, \text{ або } m_F = \frac{2d^2}{N}, \quad (38)$$

$$\text{а } f_{\text{відн}} = \frac{m_F}{F} = \frac{2d^2}{Nd^2} = \frac{2}{N}, \quad (39)$$

що може бути контролем обчислень  $f_{\text{відн}}$ .

По формулам (32), (33) і (35) складена програма 2, яка дає можливість розрахувати необхідні елементи.

Протокол 2 розрахунку програми 2.

№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
1	В/О С/П			1	В/О С/П			1			
2	0,1 С/П		Mr	2	0,05 С/П		mr	2			mr
3	2000 С/П		N=1/ Fвідн	3	2000 С/П		N=1/ fвідн	3			N=1/ fвідн

4	0,5 С/П		$m\beta$	4	0,1 С/П		$m\beta$	4			$m\beta$
5	250 С/П		D	5	250 С/П		d	5			d
6		0,125 С/П	Md	6		0,012 5 С/П	md	6		0,05 С/П	md
7		0,130 С/П	$mp^0$	7		0,014 5 С/П	$mp^0$	7		0,062 С/П	$mp^0$
8		0,164 С/П	Mr	8		0,052 С/П	mp	8		0,080 С/П	mp
9		82,08 С/П	MF	9		26.02 С/П	mF	9		39.75 С/П	mF
10		761 С/П	NF	10		2401 С/П	NF	10		1572 С/П	NF
11	260 С/П	0,130 С/П	d,md	11		0,013 С/П	d,md	11	260 С/П	0,052 С/П	d,md
12		0,135 С/П	$mp^0$	12		0,015 С/П	$mp^0$	12		0,064 С/П	$mp^0$
13		0,168 С/П	Mr	13		0,052 С/П	mp	13		0,081 С/П	mp
14		87,52 С/П	MF	14		27,16 С/П	mF	14		4235 С/П	mF
15		772	NF	15		2490	NF	15		1596	NF

Таблиця 6. Розрахунок середньоквадратичних похибок визначення положення межових знаків, і відносної похибки визначення площі.

№п/п	Полярні відстані	$m\beta = 0,5'$ ; $md/d=1/2000$ ; $mr=0,05$					$m\beta = 0,1'$ ; $md/d=1/2000$ ; $mr=0,05$				
		md (м)	$mp^0$ (м)	Mr (м)	MF кв.м	F <sub>вдн</sub> Знам	md (м)	$mp^0$ (м)	mp (м)	MF кв.м	F <sub>вдн</sub> Знам
1	10	0,005	0,0052	0,0503	1,00	99,5	0,0005	0,0006	0,050	1,00	99,99
2	20	0,010	0,010	0,0510	2,04	195,8	0,001	0,0012	0,050	2,00	199,9

3	30	0,015	0,016	0,052	3,14	286,3	0,0015	0,0017	0,050	3,00	299,8
4	40	0,020	0,0208	0,054	4,33	369,2	0,0020	0,0023	0,050	4,00	399,6
5	50	0,025	0,026	0,056	5,64	433,5	0,0025	0,0029	0,050	5,00	499,2
6	60	0,030	0,031	0,059	7,07	508,8	0,0030	0,0035	0,050	6,01	598,5
7	70	0,035	0,036	0,062	8,66	565,6	0,0035	0,0040	0,050	7,02	697,7
8	80	0,040	0,042	0,065	10,41	614,6	0,0040	0,0046	0,050	8,03	796,6
9	90	0,045	0,047	0,068	12,34	656,6	0,0045	0,0052	0,050	9,05	895,2
10	10	0,050	0,052	0,072	14,44	692,6	0,0050	0,0058	0,050	10,07	993,4
11	150	0,075	0,078	0,093	27,82	808,7	0,0075	0,0087	0,051	15,22	1477,9
12	200	0,100	0,104	0,116	46,21	856,6	0,010	0,0116	0,051	20,53	1948,5
13	250	0,125	0,130	0,139	69,73	986,4	0,0125	0,0145	0,052	26,02	2401
14	300	0,150	0,156	0,164	98,41	914,5	0,0150	0,0173	0,053	31,76	2834,1

Продовження таблиці 6.

$m\beta = 0,5'$ ; $md/d=1/2000$ ; $mr=0,05$						
№п/п	Полярні відстані	md (м)	$mp^0$ (м)	mp (м)	MF кв.м	F <sub>вдн</sub> Знам
1	10	0,0005	0,00058	0,0500	0,1	993,4

2	50	0,0025	0,0029	0,0058	0,6	4328,1
3	60	0,0030	0,0035	0,0061	0,7	4928.,
4	70	0,0035	0,0040	0,0064	0,9	543,9
5	80	0,0040	0,0046	0,0068	1,09	5871,3
6	90	0,0045	0,0052	0,0072	1,299	6234,2
7	100	0,0050	0,0058	0,0076	1,53	6539,4
8	150	0,0075	0,0087	0,0100	3,00	7489,3
9	200	0,0100	0,0115	0,0126	5.04	7934.5
10	250	0.0125	0.0145	0.0153	7.65	8169.3
11	300	0.015	0.0174	0.0180	10.8	8305.9

Як видно з таблиці 6, сучасні опорні геодезичні мережі, що в найкращому випадку мають точність координат пунктів 5 см не можуть задовольнити точність визначення площ 1 кв. м. Якщо б точність опорних пунктів була 5 мм, то на віддалі до 80 метрів від пункта можна було б виконувати розмічувальні роботи і визначати

Програма 2 розрахунку середньоквадратичних похибок визначення положення межового знаку, площі і відносної похибки визначення площі.

	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
0	С/	ХП	С/	ХП	С/П	ХП	3	4	3	8
0	П	8	П	1	2					
1	ХП	:	ХП	С/П	ХП	ПХ	ПХ	:	ХП	С/

0	3		4		5	5	1		6	П
2	FX <sup>2</sup>	ПХ	ПХ	Х	FX <sup>2</sup>	+	ХП	F	С/	ПХ
0	4	4	5				7	√	П	7
3	ПХ	FX <sup>2</sup>	+	F	С/П	ПХ	Х	2	Х	С/
0	8			√		5				П
4	ПХ	FX <sup>2</sup>	:	F1/	С/П	ПХ	1	0	+	С/
0	5			Х		5				П
5	ХП	БП	15	F	АВ	-				
0	5			Т						

положення границь межових знаків землеволодінь з точністю 1 кв. м користуючись електронним тахеометром. Мірна стрічка і теодоліт технічної точності для вирішення цієї проблеми не підходять.

### Висновки

1. Точність сучасних геодезичних мереж не може забезпечити облікову одиницю площі в 1 кв. м у містах республіканського і обласного підпорядкування.
2. Для забезпечення точності облікової одиниці площі контурів необхідно на порядок підвищити точність геодезичних мереж, з тим, щоб середньоквадратична похибка планового положення пункту не перевищувала 5 мм. Дані мережі будуються на території конкретних міст.
3. При цьому густина опорних геодезичних пунктів спеціальних міських мереж повинна бути такою, щоб з даного пункта електронним тахеометром проводились

знімання і розмічування контурів на віддалі не більшій 80 метрів при  $m_{\beta} = 0,1'$ .  $f_{\text{двид}} = \frac{1}{20000}$ .

- На даній території намічають вузлові точки границь землеволодінь, які слід суміщати з пунктами спеціальної геодезичної мережі.
- Пункти спеціальної геодезичної мережі згущаються пунктами полігонометрії, які також суміщаються з контурними точками, що будуть вузловими.
- Інші точки границь землеволодінь визначаються із вузлових точок методом полярної засічки
- При необхідності прокладаються теодолітні або полігонометричні ходи по контурам землеволодінь.

### Література

- Положення по земельно-кадастровій інвентаризації земель населених пунктів. Київ. 1997.-14с.
- Инструкция по топографо-геодезическим работам при инженерных изысканиях для промышленного, сельскохозяйственного и поселкового строительства (СН 212-73). М.Стройиздат. 1973.-152с.
- Инструкция по топографической съемке в масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 и 1:500. М.:Недра, 1973,-176с.
- Літнароч Р.М. Методичні вказівки по вивченню загального курсу “Інженерна геодезія” з використанням програмуємих мікрокалькуляторів. Шифр 076-35. Рівне. УНВГ.1993,-35с.
- Літнароч Р.М. Інженерна геодезія. Курс лекцій для студентів будівельного бакалаврату. Шифр 076-58. Рівне. УДАВГ.-131с.

### Додаток

Програма 3 розрахунку площі аналітичним способом

F <sub>ПРГ</sub>	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	Сх.	ХПЗ	ХПС	ХПd	С/П	ХП5	С/П	ХП1	ПХ1	5
10	ХП4	6	ХП0	С/П	КХП4	FL0	13	ПХ1	ПХа	ПХ8
20	-	С/П	ПХ7	X	С/П	ПХС	+	ХПС	ПХ9	ПХb
30	-	С/П	ХПВ	ПХ6	X	С/П	ПХd	+	ХПd	ПХЕ
40	FX <sup>2</sup>	ПХ6	ПХ5	-	FX <sup>2</sup>	2	X	+	ПХ3	+
50	ХПЗ	FL1	08	ПХС	С/П	ПХd	С/П	+	4	:
60	ХП4	С/П	ПХ3	F√	X	2	:	ХП5	С/П	С/П
70	X	4	:	С/П	ПХ5	ПХ4	:	F1/X	С/П	ПХ4
80	1	0	0	0	0	:	С/П	F	ABT	

Робочі формули :

$$2F_1 = \sum_{i=1}^n [x_i(y_{i+1} - y_{i-1})]; \quad 2F_2 = \sum_{i=1}^n [y_i(x_{i-1} - x_{i+1})];$$

$$F_c = \frac{2F_1 + 2F_2}{4};$$

$$m_{F1} = 0,5m_{x,y} \sqrt{\sum_{i=1}^n [(y_{i+1} - y_{i-1})^2 + 2(x_i - x_{\min})^2]}$$

$$m_{F2} = \frac{1}{4} f_{\text{abc}} \sum_{i=1}^n S_i; \quad f_{\text{вдн}} = \frac{1}{\frac{F_s}{m_{F1}}},$$

$$F_{c(\Gamma A)} = F_{c(m^2)} : 10000.$$

Протокол 3 Розрахунку по програмі для приведенного полігону.

№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
1	2	3	4
1	В/О С/П		
2	9723,00 С/П		X <sub>min</sub>
3	5 С/П		n
4	9899,11 С/П		X1
5	9969,15 С/П		Y1
6	9766,16 С/П		X2
7	9924,66 С/П		Y2
8	9879,00 С/П		X5
9	10014,48 С/П		Y5
10		+112,84 С/П	X5-X2
11		+1124918,9 С/П	Y1(X5-X2)
12		-89,82 С/П	Y2-Y5
13		-889138,06 С/П	X1(Y2-Y5)
14	9766,16 С/П		X2
15	10031,64 С/П		Y2
16	9723,00 С/П		X3
17	10031, С/П		Y3
18	9899,11 С/П		X1
19	9969,15 С/П		Y1
20		+176,11 С/П	X1-X3
21		+1747831,9 С/П	Y2(X1-X3)
22		+62,49 С/П	Y3-Y1
23		+610287,34 С/П	X2(Y3-Y1)
24	9723,00 С/П		X3
25	10031,64 С/П		Y3

26	9852,87 С/П		X4
27	10084,08 С/П		Y4
28	9766,16 С/П		X2
29	9924,66 С/П		Y2
30		-86,71 С/П	X2-X4
31		-869843,5 С/П	Y3(X2-X4)
32		+159,42 С/П	Y4-Y2
33		+1550040,70 С/П	X3(Y4-Y2)
34	9852,87 С/П		X4
35	10084,08 С/П		Y4
36	9879,00 С/П		X5
37	10014,48 С/П		Y5
38	9723,00 С/П		X3
39	10031,64 С/П		Y3
40		-156,00 С/П	X3-X5
41		-15373116,4 С/П	Y4(X3-X5)
42		-17,16 С/П	Y5-Y3
43		-16075,25 С/П	X4(Y5-Y3)
44	9870,00 С/П		X5
45	10014,48 С/П		Y5
46	9899,11 С/П		X1
47	9969,15 С/П		Y1
48	9852,87 С/П		X4
49	10084,08 С/П		Y4
50		-46,24 С/П	X4-X1
51		-463069,55 С/П	Y5(X4-X1)
52		-114,93 С/П	Y1-Y4
53		1135393,5 С/П	X5(Y1-Y4)
54		-33278,65 С/П	2F1
55		-33278,7 С/П	2F2

56		-166,337 С/П	Fсередн
57	0,05 С/П		mх,y
58		11,15	mF1
59	0,057 С/П		fabс
60	519,55 С/П		P
61		7,40 С/П	mF'
62		-1491,8 С/П	NF
63		-1,6639 С/П	F(га)

## Зміст

Вступ.....	3
1. Дослідження точності визначення площ аналітичним способом . . . . .	4
2. Апробація теоретичних досліджень . . . . .	11
3. Дослідження точності визначення площ за результатами геодезичних вимірів. . . . .	16
4. Дослідження точності геодезичних робіт для забезпечення вимог “Положення по земельно- кадастровій інвентаризації земель населених пунктів	18
Висновки. . . . .	26
Література. . . . .	27
Додаток. . . . .	28

Літнарівч Руслан Миколайович ,  
доцент кандидат технічних наук

## Дослідження точності геодезичних робіт для забезпечення облікової одиниці площі при інвентаризації земель

Навчальний посібник  
З курсу “Основні геодезичні роботи”

Частина I

Комп’ютерний набір і редагування тексту у видавничому  
редакторі Word ®for Windows® Якуба Дмитро Юрійович

**ЧЕРНІГІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ІНСТИТУТ  
ЕКОНОМІКИ І УПРАВЛІННЯ**

М. Чернігів

вул. Стрілецька,1

[URL:www.geci.cn.ua](http://www.geci.cn.ua)

E-mail:rector@geci.cn.ua

Тел.: (0462) 179-308

(04622) 5-61-70

(04622) 5-66-97